

Методы пространственного шумоподавления

Борис Кумок

*Video Group
CS MSU Graphics & Media Lab*

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
- ◆ Alpha-trimmed mean filter

Введение



Denoising:

- Spatial
- Temporal

Виды шума:

- Белый (гауссовский)
- Импульсный
- Film grain

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
 - Простой алгоритм
 - Уточнение среднего
 - Учет нестатической корреляции
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
- ◆ Alpha-trimmed mean filter

LLMMSE – простой алгоритм



Local linear minimum mean-square-error filter.
Упрощение модели.

$$g = f + n$$

$$\hat{f}_{MMSE} = E(f | g)$$

$$\hat{f}_{LMMSE} = E(f) + C_f C_g^{-1} [g - E(g)]$$

$$\hat{f}_{LLMMSE} = \bar{g} + \frac{\sigma_g^2 - \sigma_n^2}{\sigma_g^2} [g - \bar{g}]$$

LLMMSE – уточнение оценки



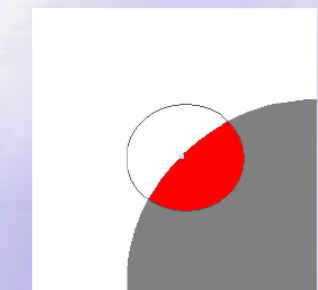
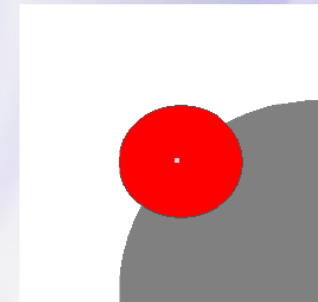
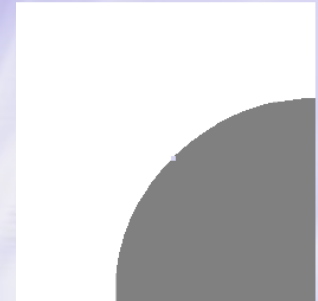
Качество фильтра зависит от точности
вычисления среднего и дисперсии.

Будем учитывать хроматическую близость.

$$\bar{g}(i, j) = \frac{1}{\sum_{k,l} w_{k,l}} \sum_k \sum_l w_{k,l} g(k, l)$$

$$\sigma^2(i, j) = \frac{1}{\sum_{k,l} w_{k,l}} \sum_k \sum_l w_{k,l} [g(k, l) - \bar{g}(i, j)]^2$$

$$w_{k,l} = \begin{cases} 1, & \text{if } |g(i, j) - g(k, l)| < T \\ 0, & \text{if } |g(i, j) - g(k, l)| \geq T \end{cases}$$



LLMMSE – замечания



Фильтр размывает гладкие области и сохраняет границы и текстуру.

Шум около границ не удаляется.

Фильтр учитывающий нестатическую корреляцию

Фильтр работает в пространстве DFT

$$\hat{f}_{LMMSE} = E(f) + C_f C_g^{-1} [g - E(g)]$$

$$\bar{W}^{-1} \hat{f} = \bar{W}^{-1} \bar{f} + (\bar{W}^{-1} C_f \bar{W}) (\bar{W}^{-1} C_g^{-1} \bar{W})^{-1} \bar{W}^{-1} (g - \bar{g})$$

$$\hat{F}_i = \bar{G}_i + \frac{S_{g_i - \bar{g}_i} - S_{n_i}}{S_{g_i - \bar{g}_i}} [G_i - \bar{G}_i]$$

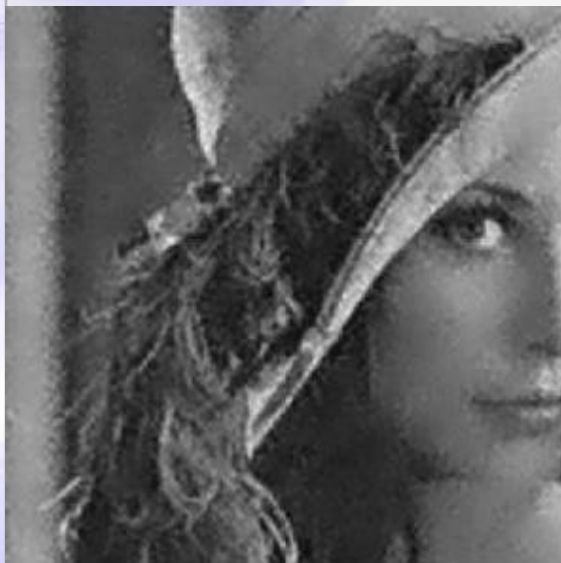
S – power spectrum шума и изображения

Фильтр учитывающий нестатистическую корреляцию



Частоты не отвечающие за шум не
размываются. Шум около границ
подавляется.

LLMMSE - сравнение



LLMMSE



WLLMMSE



Предлагаемый

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
 - Базовый алгоритм
 - Ускорение
 - ◆ Использование блоков пикселей
 - ◆ Отбрасывание заведомо непохожих окрестностей
 - ◆ Сравнение окрестностей только в Y-слое
 - Выводы
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
- ◆ Alpha-trimmed mean filter

NLM – базовый алгоритм



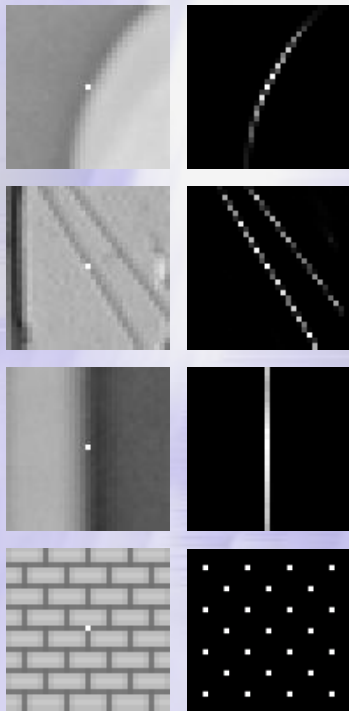
Non local means

Идея: Выберем значение каждого пикселя как среднее пикселей с похожими окрестностями.

$$\text{NL}(v)(i) = \sum_{j \in I} w(i, j) v(j) \quad w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,\alpha}^2}{h^2}}$$
$$Z(i) = \sum_j w(i, j)$$

NLM – базовый алгоритм

Пример распределение весов.



Слева – область поиска вокруг пиксела

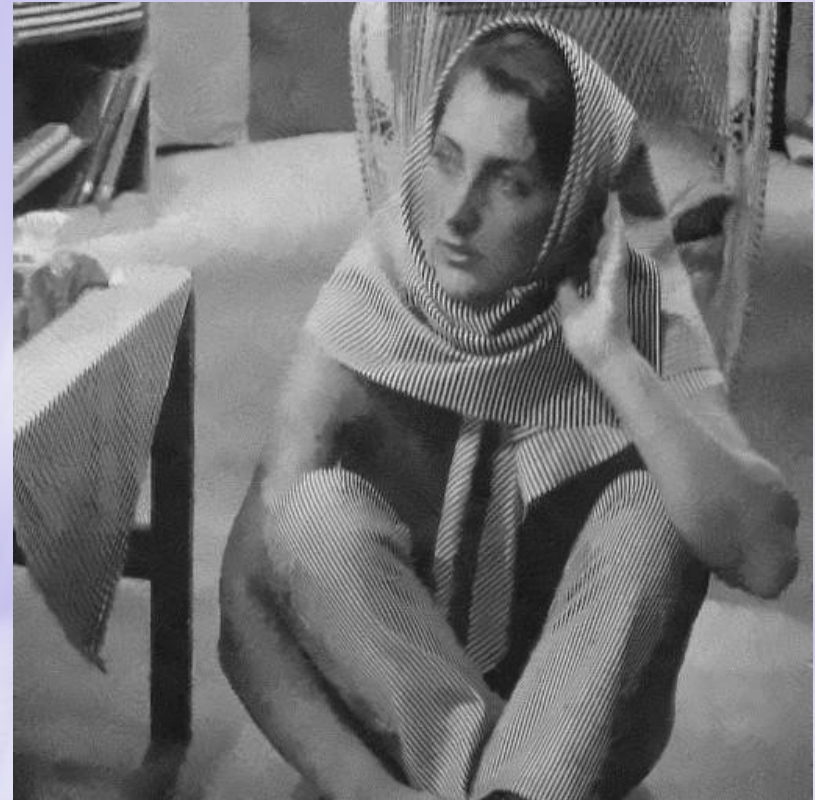
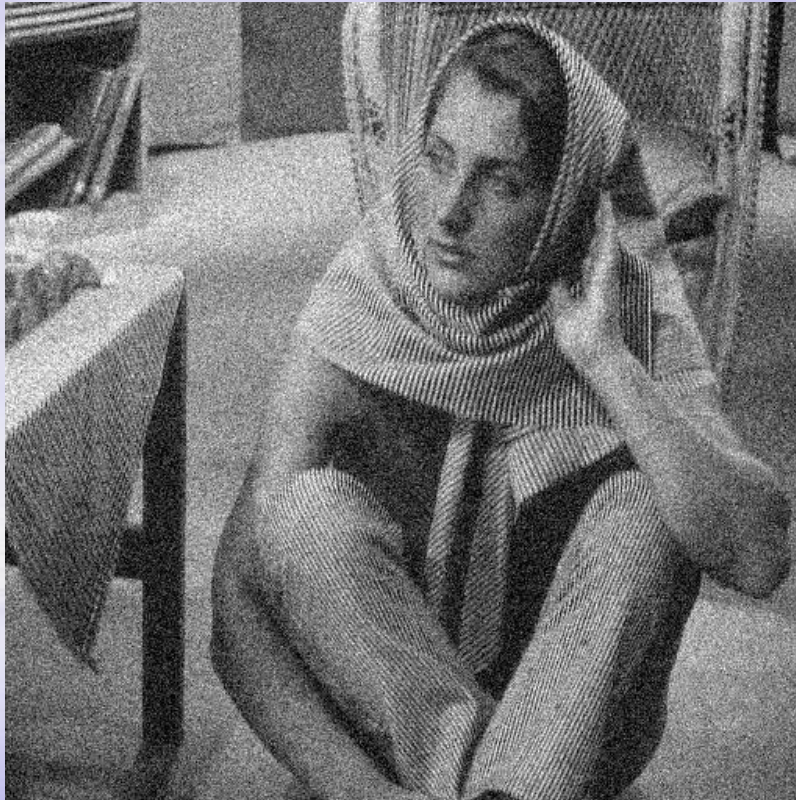
Справа – распределение весов по этой области

$$NL(v)(i) = \sum_{j \in I} w(i, j)v(j)$$

$$w(i, j) = \frac{1}{Z(i)} e^{-\frac{\|v(N_i) - v(N_j)\|_{2,\alpha}^2}{h^2}}$$

$$Z(i) = \sum_j w(i, j)$$

NLM - результат



NLM – ускорение 1

Т.к. окрестности соседних пикселей отличаются мало, будем вычислять весовой коэффициент сразу для группы пикселей.

Незначительное падение качества.
Значительное увеличение скорости.

NLM – ускорение 1

Сравнение результатов фильтрации с блоками различных размеров.



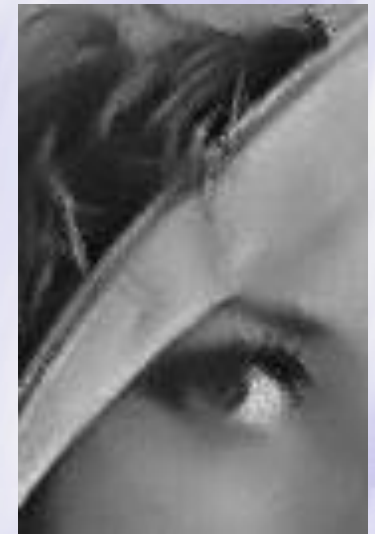
шум



S=1



S=2



S=3

NLM – ускорение 2

Большую часть времени занимает вычисление MSE. Отбросим пиксели с заведомо непохожими окрестностями.

Отсечение можно проводить по:

- Средняя яркость
- Среднее направление градиента

Возможно даже улучшение качества.

NLM – ускорение 3



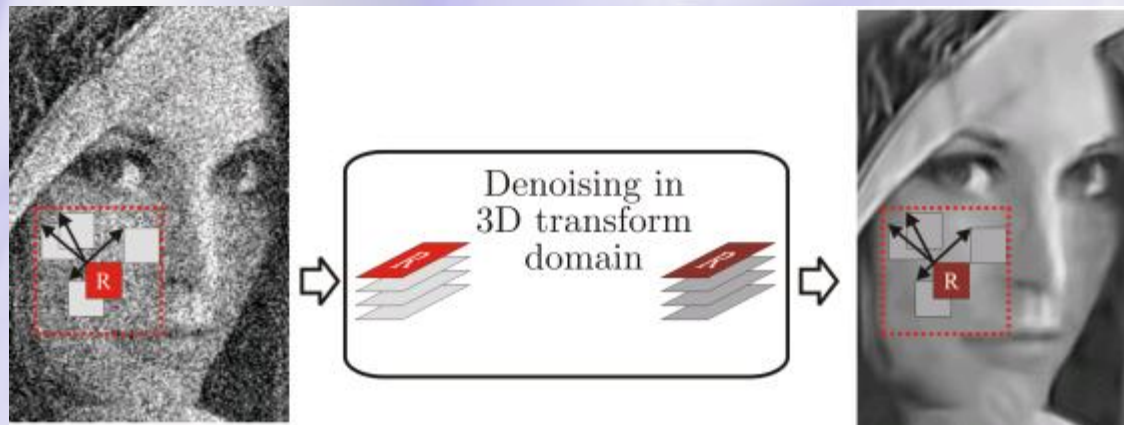
Весовые коэффициенты можно вычислять только по Y-цветовым компонентам.

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
 - Идея
 - Block matching
 - Hard-thresholding
 - Final estimate
 - Замечания
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF

3D filtering - идея

Объединение методов скользящего окна и соответствия блоков.



3D filtering – block matching



Для каждого обрабатываемого блока найдем похожие на него.
Мера схожести определяется формулой:

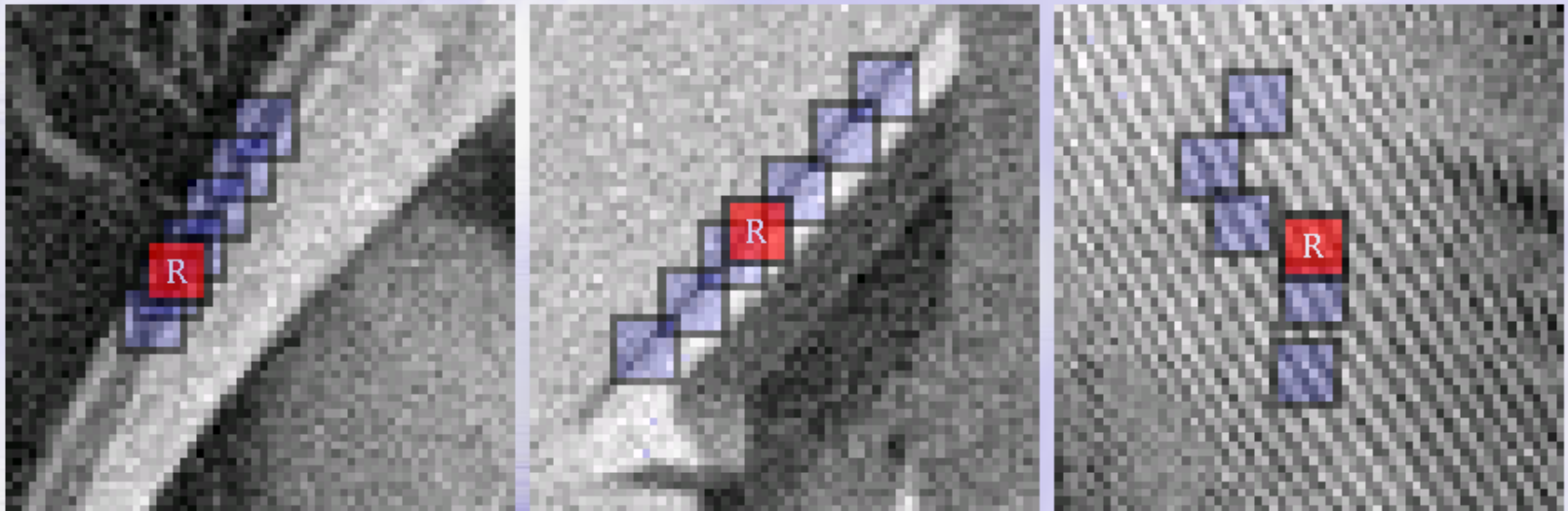
$$d(Z_{x_1}, Z_{x_2}) = N_1^{-1} \left\| Y(T_{2D}(Z_{x_1}), \lambda_{thr2D}) - Y(T_{2D}(Z_{x_2}), \lambda_{thr2D}) \right\|_2$$

$$Y(\lambda, \lambda_{thr2D}) = \begin{cases} \lambda, & \text{если } |\lambda| > \lambda_{thr2D} \sigma \sqrt{2 \log(N_1^2)} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

$$S_{x_R} = \{x \in X \mid d(Z_{x_R}, Z_x) < \tau\}$$

T_{2D} – некое 2D преобразование. Например DCT, DFT или DWT.

3D filtering – block matching



Пример нахождения блоков

3D filtering – hard-thresholding



Найденные на предыдущем шаге блоки сложим с стопку и отфильтруем в каком-нибудь 3D пространстве преобразования.

$$\hat{Y}_{S_{XR}} = T_{3D}^{-1}(Y(T_{3D}(Z_{S_{XR}}), \lambda_{thr3D}))$$
$$\omega_{XR} = \begin{cases} \frac{1}{N_{har}}, & N_{har} \geq 1 \\ 1 & \end{cases}$$

$Z_{S_{XR}}$ – стопка блоков похожих на данный

ω_{XR} – весовой коэффициент для данного reference блока

N_{har} – количество ненулевых коэффициентов после T_{3D}

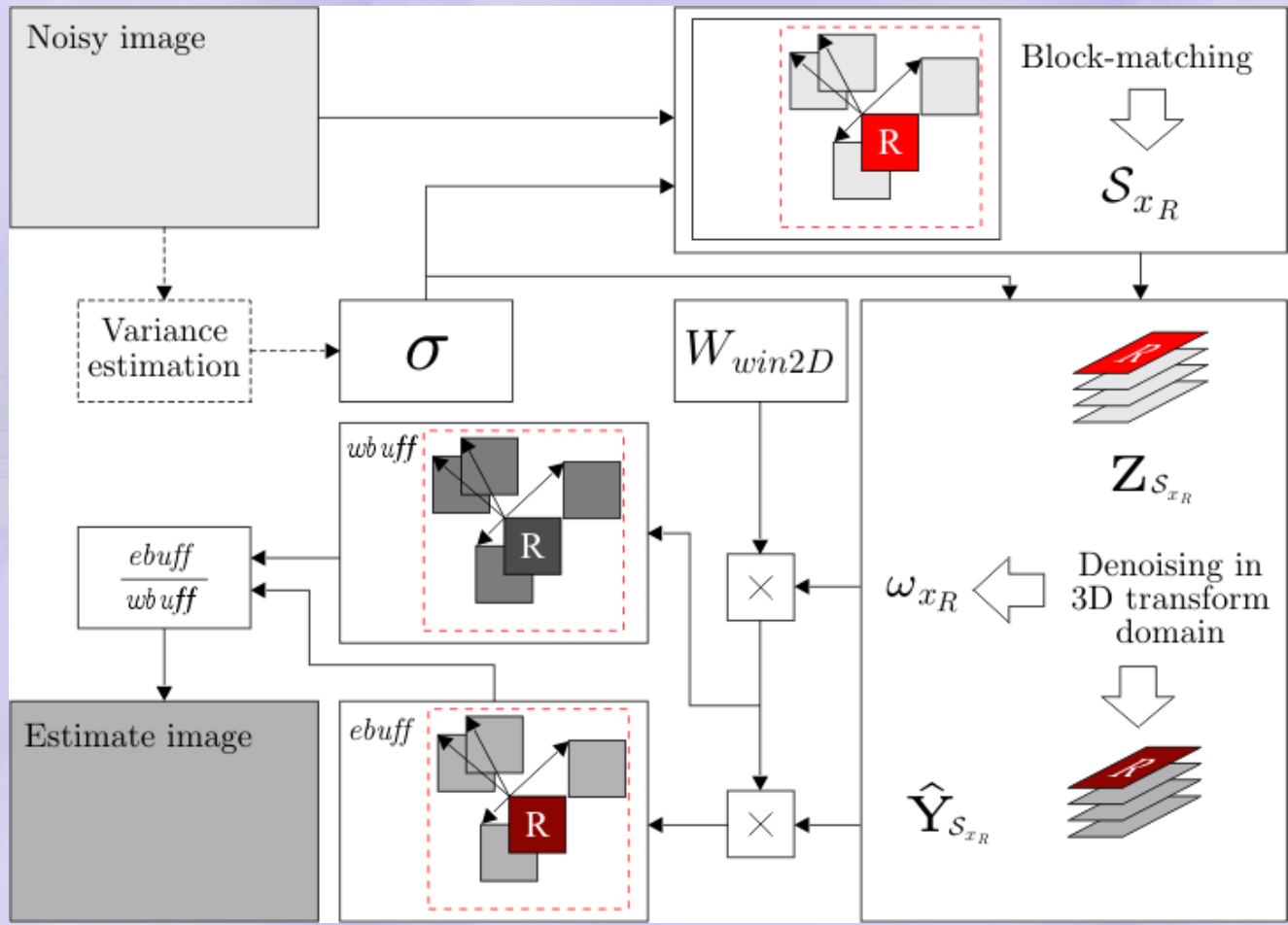
3D filtering – final estimate

Результат получается как взвешенное среднее блоков входящих в стопки для всевозможных reference блоков.

$$\hat{y}(x) = \frac{\sum_{x_R \in X} \sum_{x_m \in S_{x_R}} \omega_{x_R} \hat{Y}_{x_m}^{x_R}(x)}{\sum_{x_R \in X} \sum_{x_m \in S_{x_R}} \omega_{x_R} X_{x_m}(x)}$$

X_{x_m} - 1, если x принадлежит блоку x_m . Иначе 0.

3D filtering – cxema



3D filtering - замечания



Для ускорения можно:

- Ограничить область поиска
- Ограничить количество 2D блоков в стопке
- Использовать шаг большего размера

Заявленная скорость: 8 секунд для изображения
256x256 на 3GHz Pentium

3D filtering – результаты



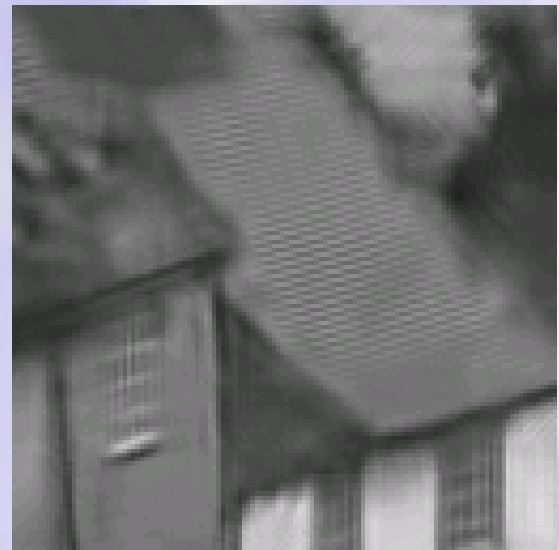
3D filtering – результаты



Исходное



Noise ($\sigma = 35$)



Результат

3D filtering – результаты



Исходное



Noise ($\sigma = 100$)



Результат

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LLMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ **BLS – GSM**
 - Идея
 - Формулы
 - Алгоритм
 - Результаты
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
- ◆ Alpha-trimmed mean filter

BLS–GSM - идея



Перейдем в некоторое вейвлет пространство.

Для каждого коэффициента x_c выберем его окрестность x .

Найдем значение x_c как наиболее вероятное в наблюдаемом контексте y .

BLS-GSM - идея

Gaussian scale mixtures:

$$y = x + w = \sqrt{z}u + w$$

Bayes least squares estimate:

$$\hat{x}_c = E\{x_c | y\} = \int x_c p(x_c | y) dx_c = \dots = \int_0^{\infty} p(z | y) E\{x_c | y, z\} dz$$

BLS-GSM - формулы

$$E\{x_c | y\} = \int_0^{\infty} p(z | y) E\{x_c | y, z\} dz$$

$$E\{x | y, z\} = zC_u (zC_u + C_w)^{-1} y$$

$$y = \sqrt{z}u + w$$

$$C_y = E\{z\}C_u + C_w$$

$$C_u = C_y - C_w$$

$$p(z | y) = \int_0^{\infty} p(y | z) p_z(z) dz$$

$$C_{y|z} = zC_u + C_w = zC_y + (1-z)C_w$$

$$p(y | z) = \frac{\exp(-y^T C_{y|z}^{-1} y / 2)}{(2\pi)^{N/2} |C_{y|z}|^{1/2}}$$

BLS–GSM - алгоритм

- ◆ Совершить преобразование
- ◆ Для каждой плоскости
 - Вычислить C_w , C_y , C_u
 - Для каждой окрестности
 - ◆ Для всех z из области интегрирования
 - Вычислить $E\{x_c|y,z\}$
 - Вычислить $p(y|z)$
 - ◆ Вычислить $p(z|y)$
 - ◆ Вычислить $E\{x_c|y\}$
- ◆ Восстановить изображение

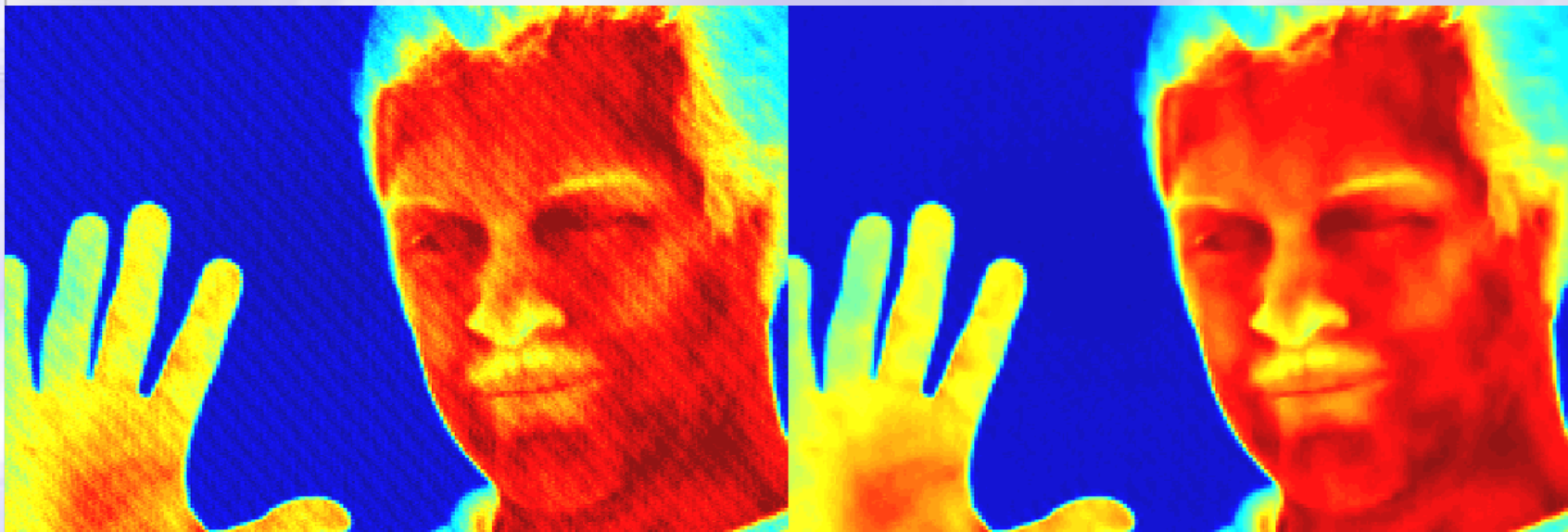
BLS-GSM - результаты



BLS-GSM - результаты



BLS-GSM - результаты



Исходное

Результат

BLS–GSM - уточнение



В алгоритме можно использовать несколько различных вейвлет-пространств, и полученные в них результаты усреднять.

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ **Steering Kernel**
 - Идея
 - Матрица
 - Результат
- ◆ ATPMF

Steering Kernel - идея

$$z(x_j) = \frac{\sum_{i=1}^P K(x_i - x_j, y_i - y_j) y_i}{\sum_{i=1}^P K(x_i - x_j, y_i - y_j)}$$

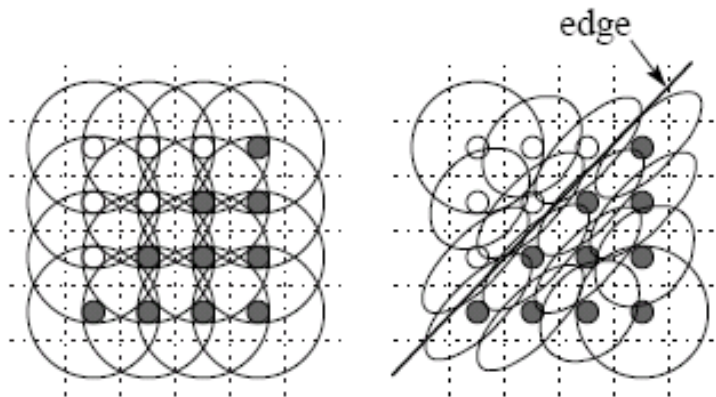


Fig. 1. Standard kernels (left) and steering kernels along a local edge (right).

Растянем ядро фильтра так, чтобы размытие происходило вдоль границ.

Steering Kernel – матрица

$$K_{adapt}(x_i - x, y_i - y) = \frac{1}{\det(H_i)} K(H_i^{-1}t)$$

$$H_i = hC_i^{-\frac{1}{2}}$$

K – ядро фильтра

H_i – направляющая матрица

Пример (гауссиан):

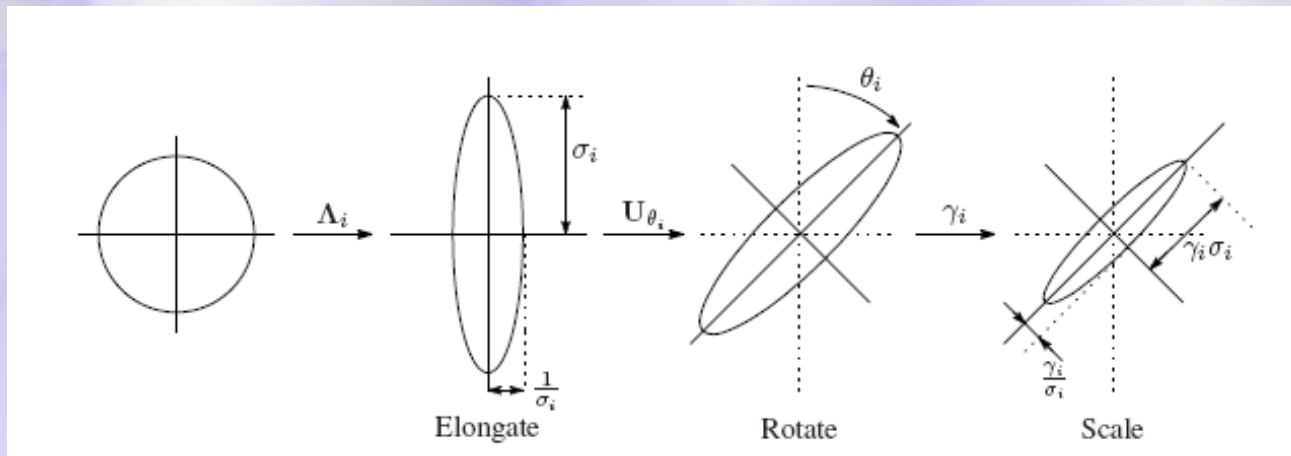
$$K_{adapt}(x_i - x, y_i - y) = \frac{\sqrt{\det(C_i)}}{2\pi h^2} \exp \left\{ -\frac{(x_i - x)^T C_i (x_i - x)}{2h^2} \right\}$$

Steering Kernel - матрица

Хорошим выбором C_i является:

$$C_i = \gamma_i U_{\theta_i} \Lambda_i U_{\theta_i}^T,$$

$$U_{\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ -\sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix}, \Lambda_i = \begin{bmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & \sigma_i^{-1} \end{bmatrix}$$



Steering Kernel - матрица

Выбор параметров. Сингулярное разложение матрицы градиентов.

$$G_i = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots \\ z_{x_1}(x_j) & z_{x_2}(x_j) \\ \vdots & \vdots \end{bmatrix} = U_i S_i V_i^T$$

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{v_1}{v_2}\right)$$

$$\sigma_i = \frac{s_1 + \lambda'}{s_2 + \lambda'}$$

$$\gamma_i = \left(\frac{s_1 s_2 + \lambda''}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

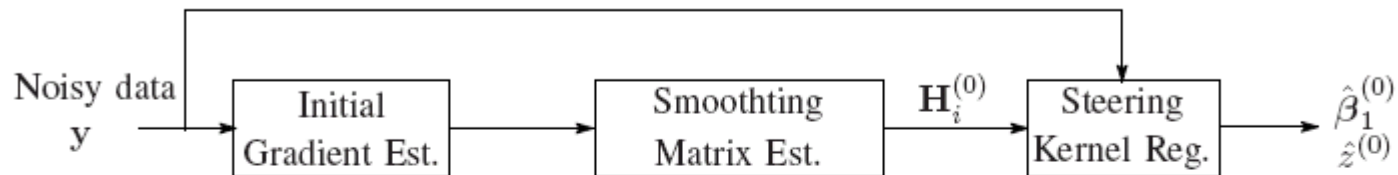
$[v_1, v_2]^T$ – доминантное направление градиента

s_1, s_2 – энергия по основным направлениям

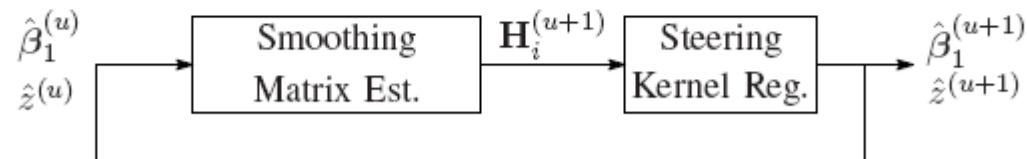
Steering Kernel - алгоритм



Свертку можно повторять несколько раз. При этом точность вычисления градиента возрастает.



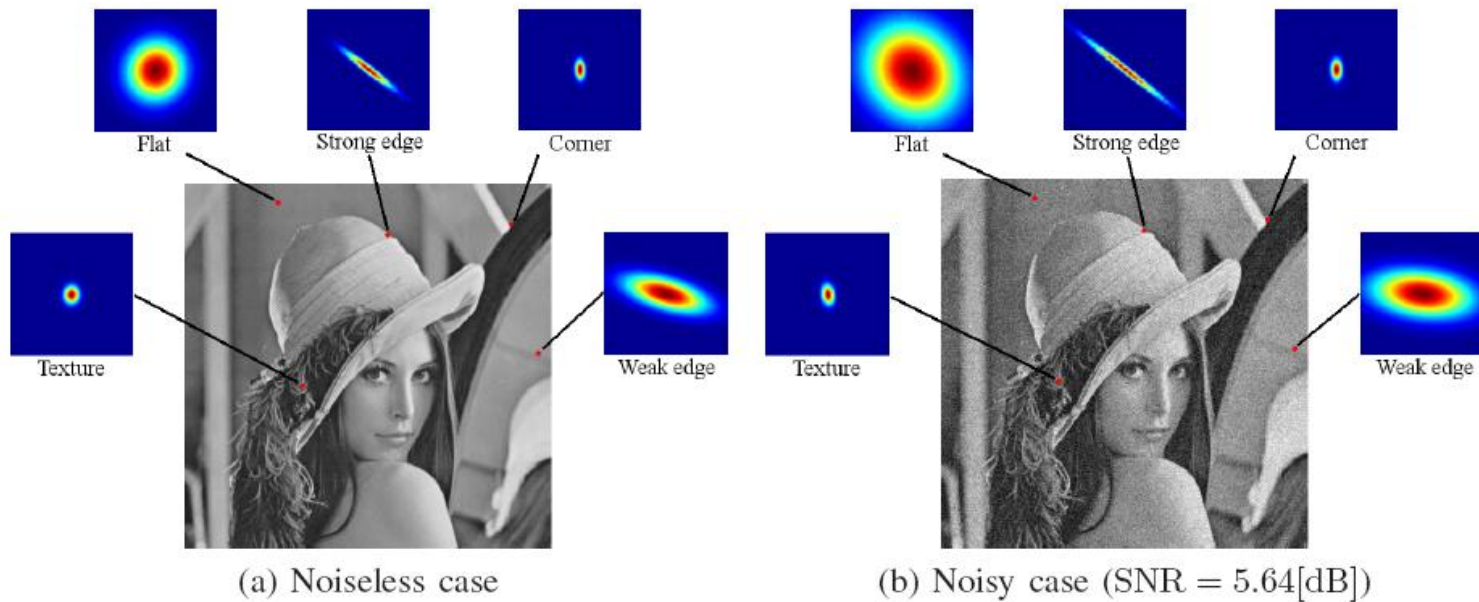
(a) Initialization



(b) Iteration

Steering Kernel - результаты

Примеры форм ядра



Steering Kernel - результаты



Noisy $\sigma=25$



BLS-GSM



Steering kernel $N=2$

Steering Kernel - результаты



BLS-GSM



Steering kernel N=2

Steering Kernel - результаты



Original



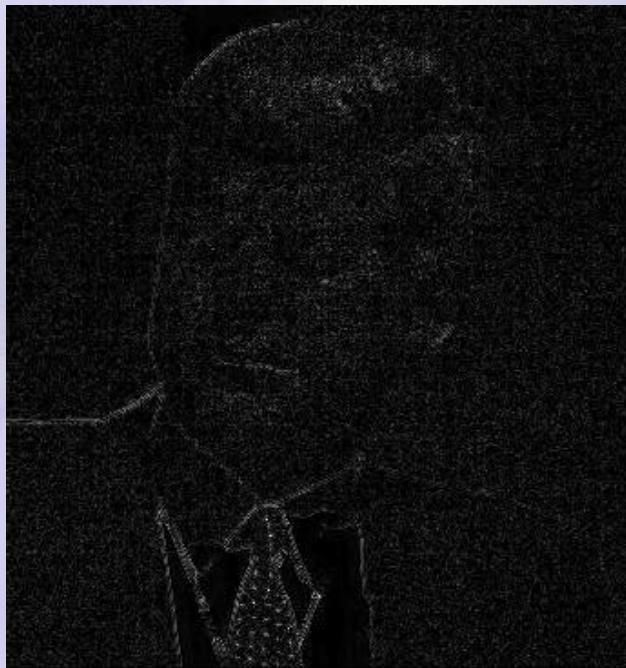
BLS-GSM



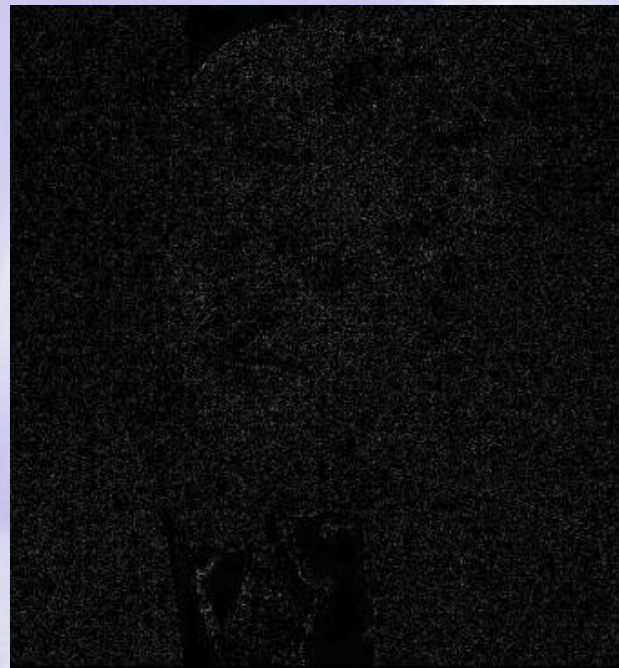
Steering kernel $N=2$

Steering Kernel - результаты

Удаленный шум



BLS-GSM



Steering kernel N=2

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
 - Импульсный шум
 - Виды фильтров
 - Примеры ошибок
 - Идея
 - Алгоритм
 - Результаты
- ◆ Alpha-trimmed mean filter

АТРМФ – импульсный шум



Медианная фильтрация используется для подавления импульсного шума.



$$U = U_{\text{pos}} * U_{\text{amp}}$$

$$X = S + U$$

АТРМФ – виды фильтров



Модификации:

- ◆ Standard
- ◆ CWMF
- ◆ ACWMF
- ◆ LUM
- ◆ SD-ROM

Все они ошибаются.

АТРМФ – примеры ошибок



$$X = S + U$$

$$Y = MF(X)$$

1. Промахи

2. Ложная тревога

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

3. Сверхисправление

$$U = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 7 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 5 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

АТРМФ – идея



Пространственное распределение шума известно заранее.

После применения медианного фильтра (любого) восстановить лишние пиксели и отфильтровать еще раз.

Пример:

Зашумленность = 25%. Из 8 пикселей фильтр исправил 3. Значит 1 исправлен ошибочно. Восстановим его.

ATPMF – алгоритм



- ◆ К каждому пикселю применить фильтр.
- ◆ Для каждого столбца
 - Выявить измененные пиксели
 - Если их количество отличается от ожидаемого больше чем k
 - ◆ Вычислить количество лишних пикселей N
 - ◆ Восстановить N пикселей, наиболее близких к исходным
- ◆ Применить фильтр ко всем пикселям кроме восстановленных

ATPMF – результат



Noisy (25%)



Median(3x3)



ATPMF

ATPMF – результат



Noisy (35%)



Median(3x3)



ATPMF

Содержание доклада

- ◆ Введение
- ◆ LMMSE
- ◆ NLM
- ◆ 3D filtering
- ◆ BLS-GSM
- ◆ Steering Kernel
- ◆ ATPMF
- ◆ Alpha-trimmed mean filter
 - Сложный шум
 - Идея
 - Выбор параметра
 - ◆ Метод 1
 - ◆ Метод 2
 - ◆ Метод 3
 - Результаты

Alpha-trimmed mean - СЛОЖНЫЙ ШУМ

Тяжелый случай.

Иногда шум является смесью гауссовского и импульсного.



Alpha-trimmed mean

- идея



Смесь усредняющего и медианного фильтров.

$$m_n(i, \alpha) = \frac{1}{n-2[\alpha n]} \sum_{j=[\alpha n]+1}^{n-[\alpha n]} x_{(j)}(i)$$

$x_{(j)}(i)$ – пиксели из окрестности, упорядоченные по яркости

Таким образом:

$y(i,0)$ – усреднение,

$y(i,0.5)$ – медиана.

Основная сложность для данного фильтра – выбор параметра.

Alpha-trimmed mean – метод 1



Будем смотреть значения параметра по таблице.

$$y(i) = \begin{cases} m'(0.50) : 0 \leq H_i(\gamma) \leq \tau_1 \\ m'(0.25) : \tau_1 \leq H_i(\gamma) \leq \tau_2 \\ m(0) : \tau_2 \leq H_i(\gamma) \leq \tau_3 \\ m(0.25) : \tau_3 \leq H_i(\gamma) \leq \tau_4 \\ m(0.50) : \tau_4 \leq H_i(\gamma) \leq \infty \end{cases}$$

Параметры подбираются методом научного тыка.

H_i – некоторая статистика.

Недостатки подхода:

Небольшое количество возможных функций.

Метод научного тыка – плохо.

Alpha-trimmed mean – метод 2



Воспользуемся формулой.

$$y(i) = m\left(\frac{(n-1)k_i}{2n}\right)$$

$$k_i = \frac{\sigma_x^2 - \sigma_n^2}{\sigma_x^2}$$

Недостатки подхода:

Критична точность оценки уровня шума.

Предлагаемый метод работает очень медленно.

$$\sigma_n = (\text{median}\{1.483 * MAD(i) : i = 1, 2, \dots, M\})^2$$

Погрешность резко возрастает при больших количествах импульсного шума.

Alpha-trimmed mean

– метод 3



$$V_n(i; \alpha) = \frac{1}{(1-2\alpha)^2} \left\{ \frac{1}{n} \sum_{j=[\alpha n]+1}^{n-[\alpha n]} [x_{(j)}(i) - y_n(i; \alpha)]^2 \right. \\ \left. + \alpha [x_{([\alpha n]+1)}(i) - y_n(i; \alpha)]^2 \right. \\ \left. + \alpha [x_{(n-[\alpha n])}(i) - y_n(i; \alpha)]^2 \right\}$$

$$\alpha_{opt}[i] = \arg \min \{V_n(i; \alpha) : 0 \leq \alpha \leq 0.5\}$$

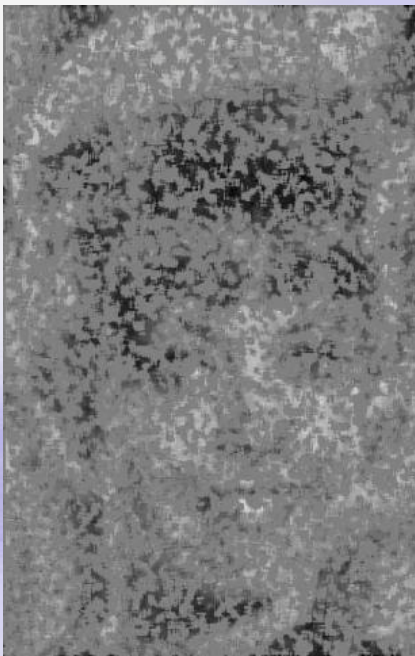
$$y(i) = m(\alpha_{opt}[i])$$

Минимизация осуществляется перебором аргументов с некоторым шагом.

Alpha-trimmed mean - результаты



noisy



I



II



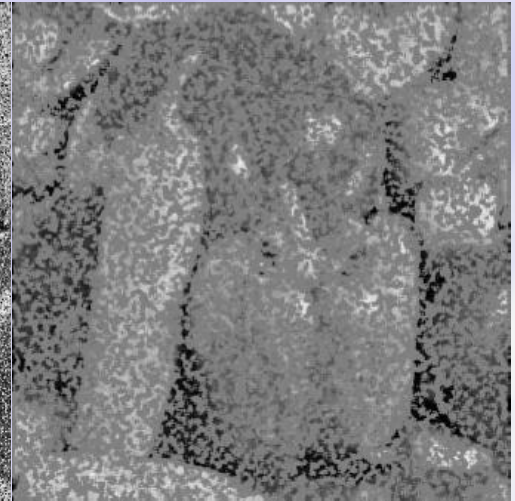
III

Alpha-trimmed mean - результаты

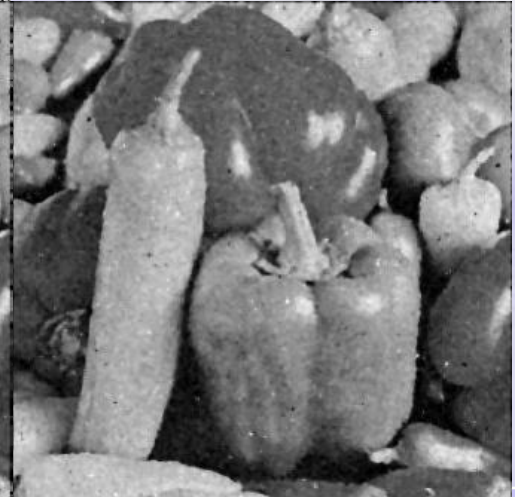
noisy



2



1

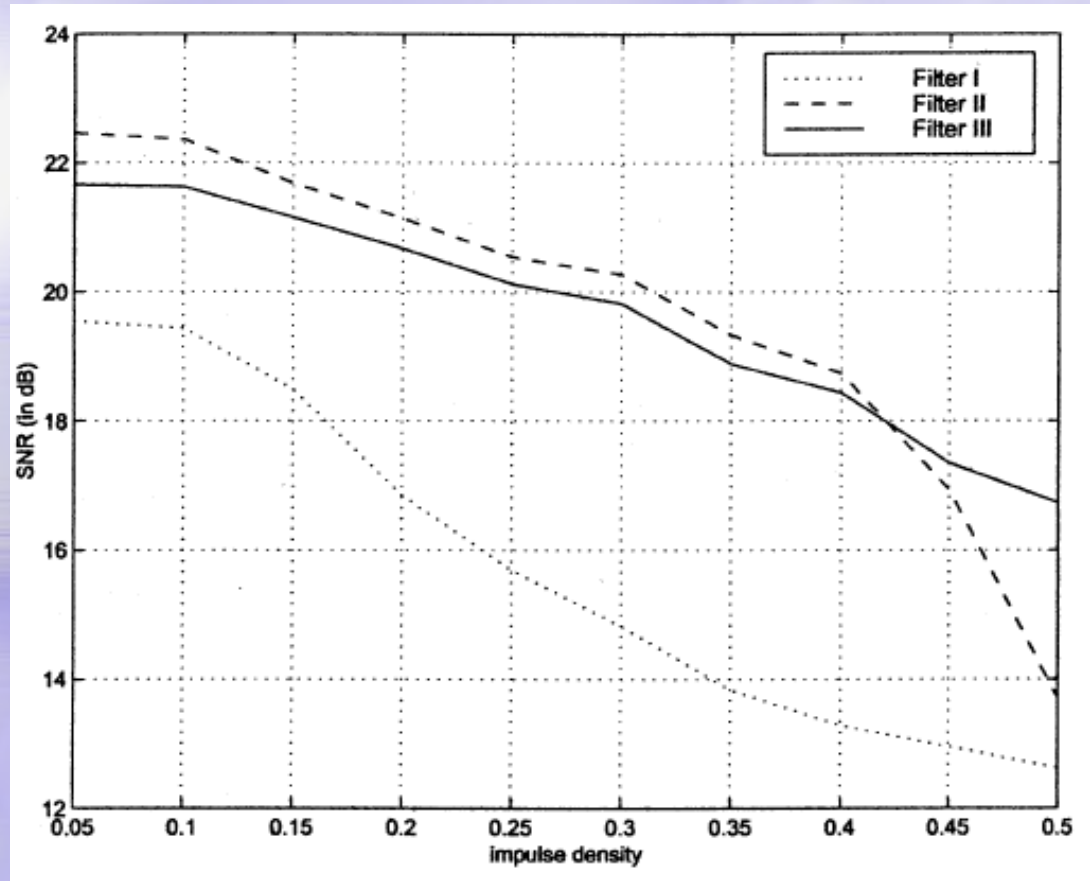


3

Alpha-trimmed mean - результаты



Зависимость качества
фильтрации от
количества
импульсного шума.



Список литературы



1. M. Mahmoudi and G. Sapiro. "Fast image and video denoising via non-local means of similar neighborhoods." Signal Processing Letters, IEEE, Vol. 12, No. 12, pp. 839–842, Dec. 2005
2. A. Buades, B. Coll, J.M Morel, "A review of image denoising algorithms, with a new one" , Multiscale Modeling and Simulation (SIAM interdisciplinary journal), Vol 4 (2), pp 490-530, 2005.
3. Takeda, H. Farsiu, S. Milanfar, P, "Image Denoising by Adaptive Kernel Regression", Signals, Systems and Computers, 2005.
4. Kostadin Dabov, Alessandro Foi, Vladimir Katkovnik, and Karen Egiazarian, "Image denoising with block-matching and 3D filtering", Proc. SPIE Electronic Imaging: Algorithms and Systems V, 2006
5. Sung Cheol Park and Moon Gi Kang, "Spatially Adaptive Denoising Based on Nonstationary Correlation Assumption", SPIE Optical Engineering, Vol. 43, No. 3, pp. 628-638, Mar. 2004
6. Xiaoyin Xu, Eric L. Miller, and Dongbin Chen, "Adaptive Two-Pass Rank Order Filter to Remove Impulse Noise in Highly Corrupted Images", IEEE Trans Image Process. Feb. 2004
7. Oten R, De Figueiredo R J P. "Adaptive Alpha-trimmed Mean Filters Under Deviations from Assumed Noise Model[J]" IEEE Trans Image Process, 2004
8. J. Portilla, V. Strela, M. Wainwright, and E. P. Simoncelli, "Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain," IEEE Trans. Image Processing, vol. 12, pp. 1338—1351, 2003.
9. J. A. Guerrero-Colon and J. Portilla, "Two-level adaptive denoising using Gaussian scale mixtures in overcomplete oriented pyramids," in Proc. of IEEE Int'l Conf on Image Processing, Genoa, Italy, Sep 2005.

Вопросы



?!